

به نام دوست

منطق و زندگی

تقدیم به آنان که می اندیشند ...



قسمت دوم


نویسنده : سیدمحسن طباطبایی فر

فصل پنجم : اثبات منطقی

تعریف اثبات منطقی : همانطور که واضح است اثبات از مفهوم ثابت کردن به معنای نگهداشتن چیزی در جایی آمده و وقتی چیزی ثابت می شود تغییرات محیطی و لرزش در محیط و تغییر در شرایط تأثیری روی آن ندارند. برای مثال وقتی یک کولر در جای خود ثابت می شود باد و باران و .. نباید بتوانند آنرا جابه جا کنند از همین مفهوم در معادلات منطقی استفاده می شود. یک تابع منطقی وقتی ثابت می شود که تغییرات در دیگر زمینه ها تأثیری روی آن تابع نداشته باشند.

تفاوت بررسی صحت ، استدلال و اثبات : در بررسی صحت شما با ابزارآلات منطقی روند رسیدن به یک نتیجه را به لحاظ سلامت منطقی بررسی می کنید و در صورت سلامت مسیر نتیجه می گیرید نتیجه کسب شده صحیح است. اما استدلال شیوه ای است که با استفاده از آن در مسیر نتیجه گیری می توانیم از یک مرحله به مرحله دیگر برویم . اگر فرآیند رسیدن به نتیجه ۱۰ مرحله باشد شما نیاز به ۱۰ استدلال برای حرکت از هر مرحله به مرحله دیگر دارید. ولی اثبات به مسیر رسیدن به نتیجه می گویند که می تواند سخت ترین مرحله باشد . در بسیاری از موارد می دانیم که اثبات وجود دارد یعنی مسیری وجود دارد که به لحاظ منطقی صحیح باشد و ما را به نتیجه برساند ولی نمی توانیم آن مسیر را پیدا کنیم.

در این بخش سعی میکنیم در قالب یک مثال ساده بررسی اثبات تمرین و سپس به شیوه های پیدا کردن اثبات می پردازیم.


 *اشتباهات رایج : در بسیاری از موارد اثبات پیدا شده صحیح نیست و باید به همین شیوه آموزش داده شده بررسی صحت شود و شیوه های پیدا کردن اثبات معمولاً هر چیزی که شبیه به اثبات باشد را نشان شما می دهند.*

بررسی صحت نتیجه گیری :

مثال : عبارت "این لیوان در اثر برخورد ضربه شدید می شکند"


اثبات " این لیوان چون شیشه ای هست در اثر برخورد ضربه شدید می شکند.

خوب به خودی خود این عبارت کاملی بی ربط و بدون منطق است مگر اینکه بخش هایی از این عبارت که گوینده حذف کرده (به این دلیل که تصور می کند برای مخاطب بدیهی است) را به عبارت برگردانیم. پس عبارت را کمی توسعه می دهیم . لازم به ذکر است که این اثبات تا اینجا کار مردود است و رفع نواقص اثبات به عهده اثبات کننده است ولی به جهت افزایش سرعت نتیجه گیری همیشه جهت کمک به رفع نواقص اثبات در حد توان تلاش کنید

 *اشتباهات رایج : نباید از روند اصلاح اثبات های ارائه شده به شما آنقدر موضوع را اصلاح کنید که اصل نگرش به موضوع عوض شود و یا در مسیر اثبات اطلاعاتی استفاده کنید که تصور می کنید مورد قبول طرفین است در حالی که شاید مورد قبول طرف مقابل نباشد. سعی کنید پس از اصلاح اثبات آن را با ارائه دهنده اثبات مجدداً بررسی کنید*

اثبات اصلاح شده " فروشنده این لیوان مردی ۱۰۰ درصد قابل اعتماد بود (اطلاعات) پس ادعاهای او قابل تکیه است (استدلال - ترجمه و جایگذاری اعتماد) و چون فروشنده مدعی بود که جنس این لیوان شیشه است (اطلاعات) پس ادعای جنس شیشه بودن لیوان قابل تکیه است (استدلال- جایگذاری ادعای شیشه بودن) . همچنین هر چیزی که از جنس شیشه باشد رفتار فیزیکی شیشه را به همراه دارد (استدلال - تعریف جنس یک شیئ) . بنا به ادعای فیزیکدانان و همچنین تجربیات قبلی رفتار فیزیکی شیشه به گونه ای است که در اثر برخورد ضربه شدید می شکند(استدلال - تعریف شیشه). پس این لیوان نیز در اثر برخورد ضربه شدید می شکند."

خوب پس اگر اطلاعات استفاده شده و تعاریف صحیح باشند عبارت به دست آمده صحیح است یعنی اگر فروشنده ۱۰۰ درصد مطمئن باشد و گفته باشد جنس لیوان شیشه است و تعاریف ما صحیح باشند برای ما ثابت شده که لیوان در اثر برخورد ضربه شدید می شکند.

 *اشتباهات رایج: در جریان مثال بالا عبارت "این لیوان در اثر ضربه شدید می شکند ثابت نشد" بلکه عبارت "اگر فروشنده ۱۰۰ مورد اعتماد و گفته باشد که این لیوان از جنس شیشه است پس اگر به این لیوان ضربه شدید وارد شود می شکند" ثابت شد و از آن معمولا عبارت "احتمالا اگر به این لیوان ضربه شدید وارد شود می شکند" ثابت می شود چون جمله پرکاربردتری است.*

حال توجه کنید که برای حرکت از هر عبارت به عبارت بعد ما یا باید از اطلاعات جدیدی استفاده کنیم که مورد تایید ۲ طرف باشد و یا از استدلال استفاده کنیم (مثلا استنتاجی (تابعی و تعریفی) - استقرایی (کامل و ناقص) - خلف)

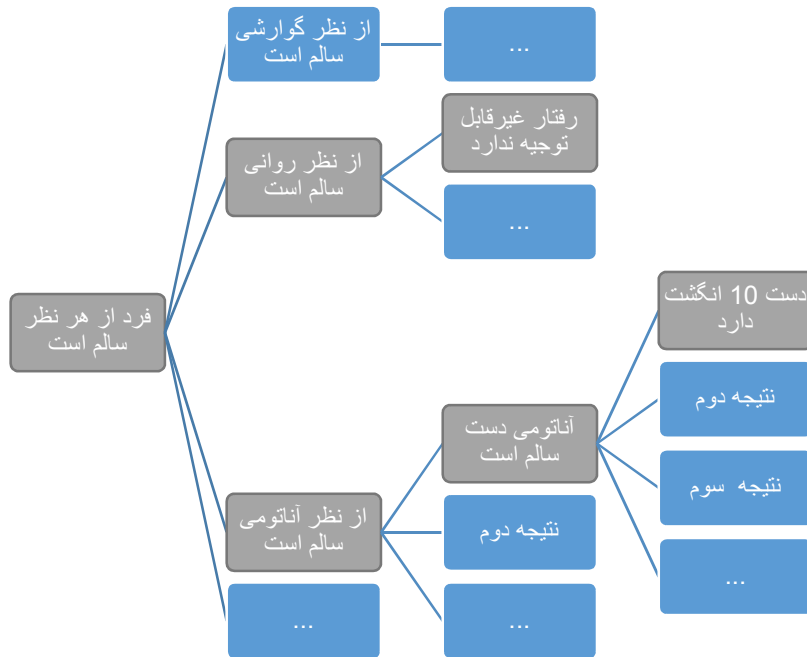
بررسی صحت اثبات شامل ۲ بخش است :

- ۱- بررسی خود مسیر که از اطلاعات اولیه و ورودی های عبارت به چیزی که می خواهیم اثبات کنیم برسیم بدون تبدیل بدون دلیل جملات و حفظ معنای کلمات و عدم وجود ابهام و یا ابهام و .. (که سعی شد با این مثال آموزش داده شود)
- ۲- بررسی استدلال های استفاده در طی مسیر که آیا یک عبارت بعد از استفاده از یک استدلال به شکل صحیحی تغییر کرده و یا در آن جایگاه امکان استفاده از این استدلال وجود داشته یا خیر (که در قسمت قبلی آموزش داده شده)

روش های اثبات

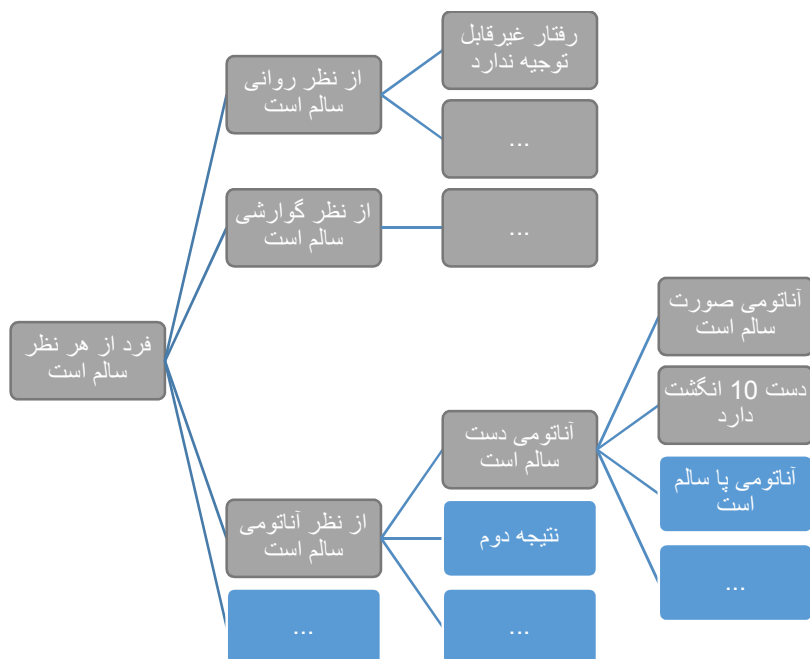
۱- **روش آزمون و خطا** : این روش رایج ترین روش اثبات در مباحث منطقی است در این شیوه مسیر هایی بین فرضیات و نتیجه تصور می شود در صورتی که این مسیر به لحاظ منطقی موجه (در بررسی اثبات واضح بود که اثبات اشتباه است) نبود مسیر دیگری انتخاب می شود و این کار آنقدر ادامه پیدا می کند تا مسیری مناسب یافت شود
مثلا برای ثابت کردن " ۱۰ انگشت داشتن یک شخص سالم " اشتباها به این نتیجه می رسیم که "فرد رفتار غیرقابل توجیه ندارد" و با توجه به این که این موضوع هیچ ربطی به نتیجه مطلوب ما ندارد پس به سراغ مسیر بعدی می رویم
شاید به این مسیر رسیدیم که :
"فرد از هر نظر سالم است پس از نظر آناتومی از جمله آناتومی دست سالم است پس شخص ۱۰ انگشت دست دارد."

خوب این اثبات را بررسی صحت می کنیم.
"فرد از هر نظر سالم است (اطلاعات اولیه) پس از نظر آناتومی از جمله آناتومی دست سالم است (استدلال تعریفی سالم) پس شخص ۱۰ انگشت دست دارد.(استدلال تعریفی آناتومی دست سالم)"
پس اگر اطلاعات اولیه صحیح باشد عبارت صحیح است یعنی اگر فرد از هر نظر سالم باشد ۱۰ انگشت دست دارد.



مثلا اول مسیر اول بررسی می شود ولی مسیر مناسبی نیست سپس مسیر دوم که به نتیجه مطلوب می رسد

۲- **روش جستجوی خانه به خانه** : در این شیوه همه ی نتایج منطقی ممکن هر گزینه بررسی کنیم تا مسیری به نتیجه مطلوب پیدا شود با دریافت هر نتیجه همه قسمت های آن نتیجه را بررسی می کنیم و اگر مسیری پیدا نکردیم به سراغ نتیجه بعدی می رویم.
 مثال: می خواهیم اثبات کنیم یک فرد از هر نظر سلامت ۱۰ انگشت دست دارد.
 داشته اول اینکه فرد سلامت است . حال مورد به مورد دستاورد های سلامت یک فرد را بررسی می کنیم . سلامت از نظر روانی : یعنی فرد هیچ گونه بیماری خاصی ندارد و این یعنی معمولا رفتار غیرقابل پیش بینی ندارد . سپس سلامت از نظر گوارش و ... و تا نوبت به سلامت از نظر آناتومی می رسد. سلامت آناتومی خود شامل یک لیست بلندبالاست مثل داشتن پا ، صورت و ... و بالاخره داشتن ۱۰ انگشت دست پس مسیر پیدا شد.
 مسیر این است که :
 "فرد از هر نظر سالم است پس از نظر آناتومی از جمله آناتومی دست سالم است پس شخص ۱۰ انگشت دست دارد."



کاربرد : این شیوه معمولاً در مواردی که فرضیات نتایج محدود و ساده ای به ما می دهند مورد استفاده دارد. مثلاً اثبات تاثیر قیمت ارز در قیمت استخراج نمی توان همه تاثیرات قیمت ارز را بررسی کرد تا نوبت به قیمت استخراج برسد.

۲- **روش جستجوی طبقاتی** : در این روش از هر دستاورد یک مجموعه دستاورد را بررسی می

کنیم و همین مسیر را ادامه می دهیم تا به پاسخ برسیم

مثال: می خواهیم اثبات کنیم یک فرد از هر نظر سلامت ۱۰ انگشت دست دارد.

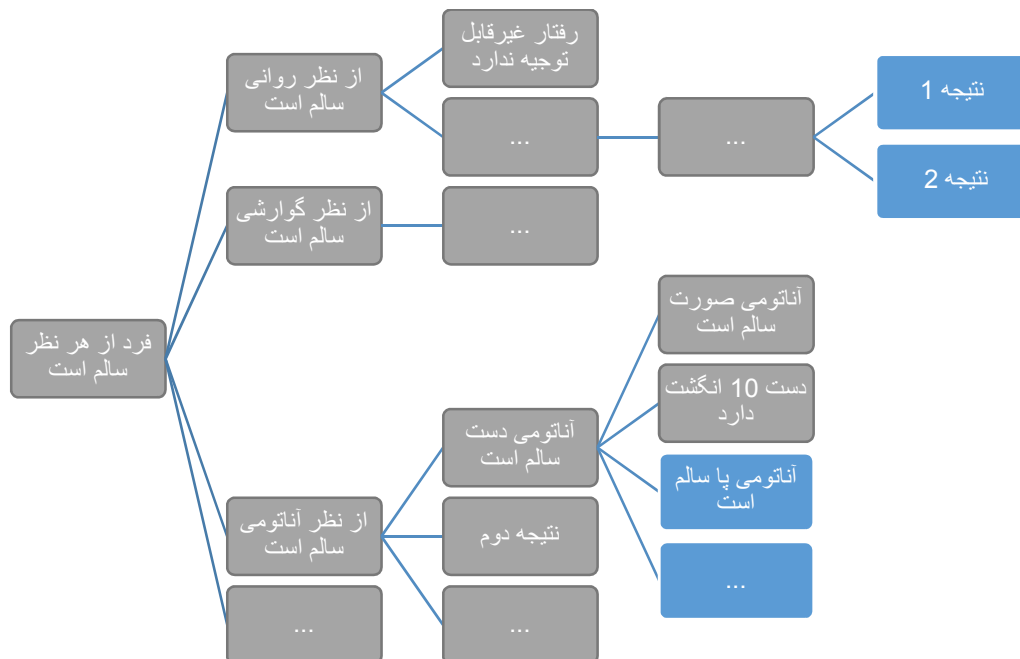
طبقه اول : سلامت از هر نظر یعنی فرد در مثلاً ۱۵ حوزه سلامت دارد.

طبقه دوم : یک لیست ۱۵ قسمته تهیه می کنیم و نتایج سلامت در هر کدام از ۱۵ حوزه را در لیست مربوط به خود می نویسیم

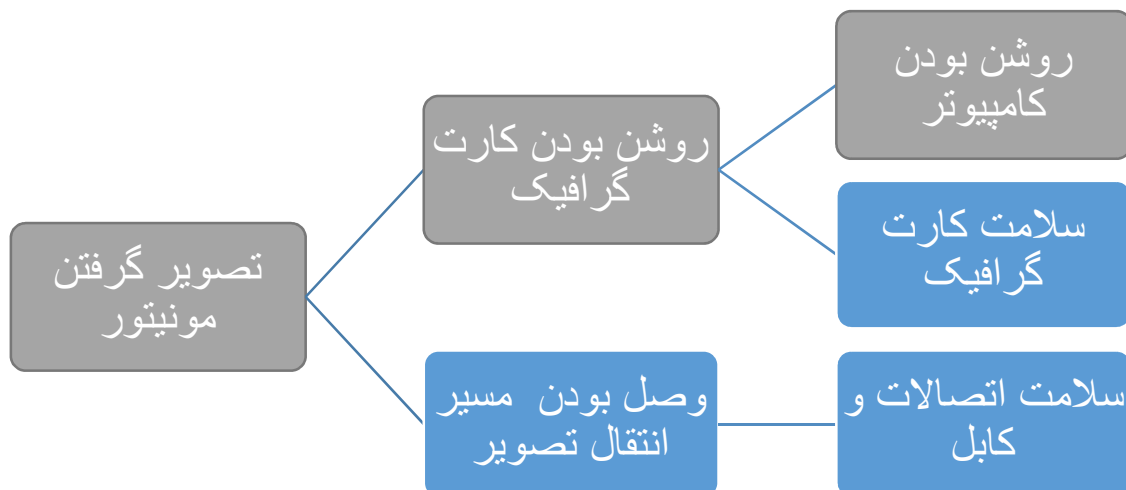
طبقه سوم : یک لیست حدود ۱۰۰۰ قسمته تهیه می کنیم و نتایج هر کدام از نتایج جدول قبل را در آن می نویسیم

و این کار را آنقدر ادامه می دهیم تا نتیجه مورد نظر ما در یکی از لیست ها یافت شود سپس نگاه می کنیم به ترتیب نتیجه مورد نظر ما در کدام لیست ها بود. در طبقه اول در بخش سلامت آناتومی در طبقه دوم که دستاورد های سلامت آناتومی بود در بخش مربوط به دست ها و ... و نتیجه را به شکل زیر می نویسیم

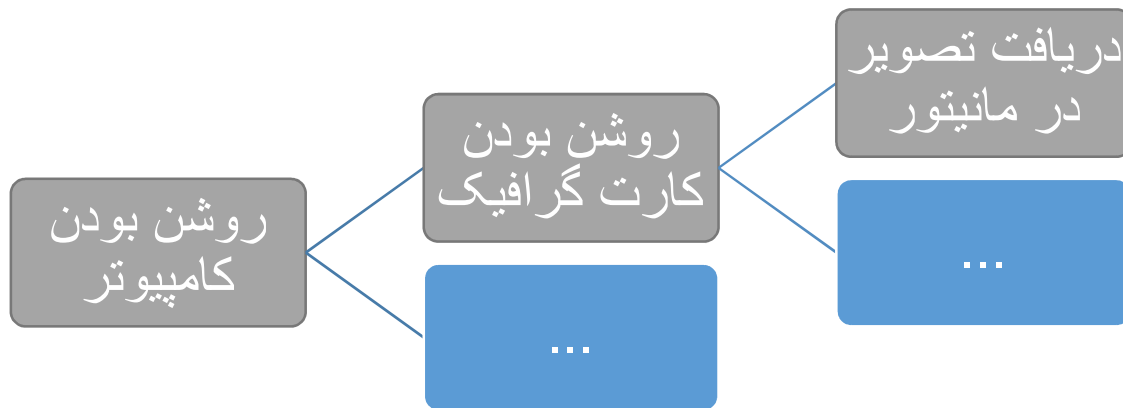
فرد از هر نظر سالم است پس از نظر آناتومی از جمله آناتومی دست سالم است پس شخص ۱۰ انگشت دست دارد.



۴- **روش جستجوی برگشتی** : در این روش از نتیجه ای که به دنبال اثبات آن هستیم شروع می کنیم یعنی نتیجه را به عنوان گزاره صحیح تصور کرده و از آن شروع به حرکت به سمت عبارات اولیه می کنیم در صورتی که به اطلاعاتی صحیح رسیدیم شاید مسیر مناسبی پیدا کرده باشیم . حال با شیوه های بررسی صحت ، سلامت مسیر پیدا شده را بررسی می کنیم در صورتی که مسیر منطقی و صحیح بود اثبات انجام شده .
 مثال : می خواهیم اثبات کنیم اگر کامپیوتر روشن باشد مانیتور تصویر دریافت می کند .
 پیدا کردن مسیر برعکس : مانیتور تصویر دارد پس کارت گرافیک کار می کند پس کامپیوتر روشن است.
 دوباره برگرداندن مسیر برعکس پیدا شده و بررسی صحت آن

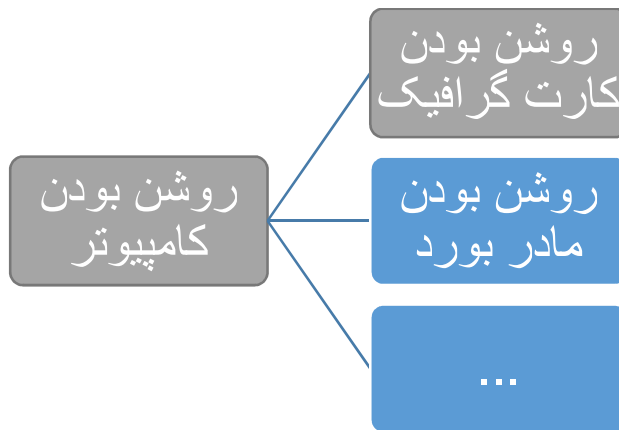
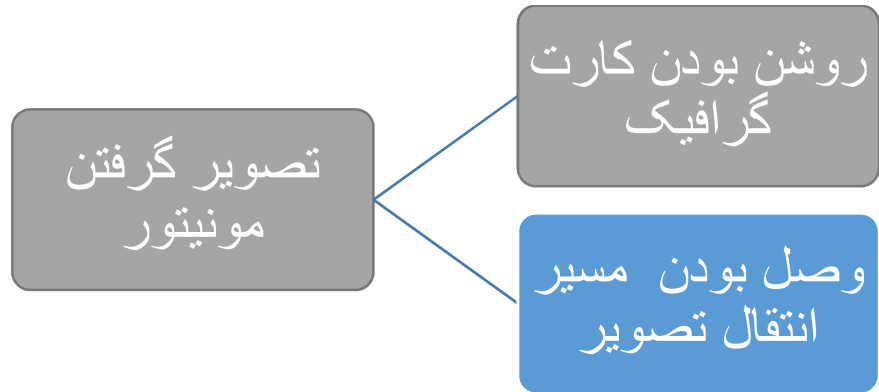


بررسی صحت مسیر : کامپیوتر روشن است پس همه قسمت های آن از جمله کارت گرافیک در حال کار هستند در نتیجه تصویر برای مونیتر ارسال می شود.

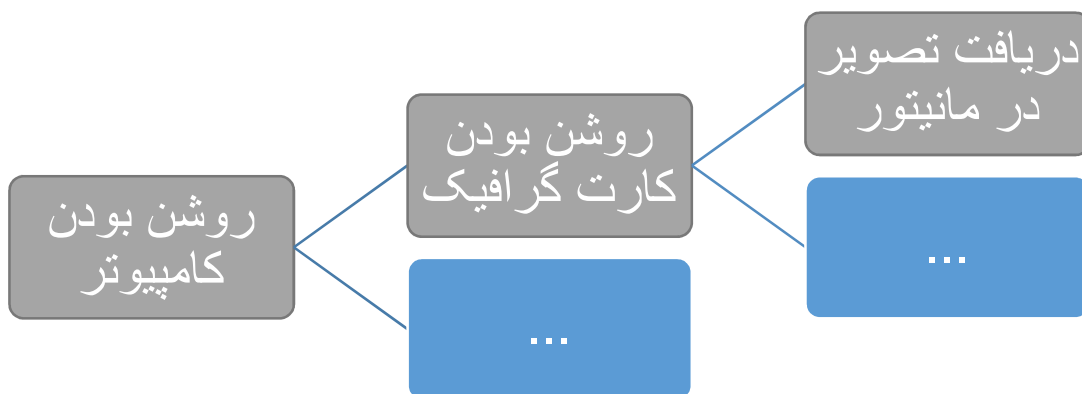


ظاهرا مسیر صحیح است و اثبات قابل استفاده است.
مثال غیرقابل استفاده بودن این روش : شخصی ۱۰ انگشت دست دارد در نتیجه تعداد انگشتان دست او طبیعی است و از لحاظ تعداد انگشتان دست در سلامت است .
همان طور که مشاهده می کنید این مسیر را نمی توانیم ادامه دهیم و این نشان دهنده این است که این روش در برخی مسائل کارایی ندارد
کاربرد : این مثال در مواردی کاربرد دارد که ظاهرا اثبات برعکس موضوع بسیار ساده باشد. مثلا وقتی مونیتر تصویر دارد شما سریعاً به این نتیجه می رسید که کامپیوتر روشن است پس اثبات عکس این گزاره بسیار ساده و قابل تصور است وقتی با این موارد مواجه شدید یک مسیر برعکس پیدا کردید که باید صحت آن را بررسی کنید . خوب است بدانید که معمولاً مسیر پیدا شده صحت نداشته و غیر منطقی است ولی در صورتی که منطقی باشد به عنوان یک راه میانبر شما را سریعاً به اثبات مورد نظرتان می رساند.

۵- **روش جستجوی دوطرفه** : در این شیوه هم از سوی فرضیات شروع به نتیجه گیری می کنیم و هم از سوی نتیجه ی مورد بررسی و آنقدر این جستجو را ادامه می دهیم تا به یک اشتراک برسیم سپس مسیر را بررسی صحت می کنیم



در صورت پیدا کردن نقطه ای مشترک بین ۲ جستجو مسیری احتمالی پیدا کردیم که با شیوه های بررسی صحت مسیر رو بررسی می کنیم و به نتیجه ای مشابه زیر می رسیم.



۶- **جستجوی های توسعه یافته و ساختارگرا :** در این شیوه فقط مسیر هایی برای جستجو برای ما اهمیت دارند که در جهت خاصی حرکت کنند.

برای مثال ما از هر دو جهت فقط مسیر هایی را پیگیری می کنیم که به کارت گرافیک ختم می شوند. در این صورت زمان کمتری برای کسب نتیجه طی می کنیم ولی نکته خیلی مهم این است که از کجا بدانیم که باید چه مسیر هایی را انتخاب کنیم . یعنی از کجا بدانیم که در مثال قبلی کارت گرافیک گزینه ی خوب است نه هارد دیسک ؟

برای پیدا کردن نقاط حساس شیوه های مختلفی وجود دارد

۱- رایج ترین شیوه حرکت به سمت ساده ترین شکل تعریفی داشته هاست که این امر برای اثبات های تعریفی خیلی نتیجه بخش است .

مثال : می خواهیم ثابت کنیم درختان گیاه هستند .

گیاهان موجودات زنده ای هستند که فتوسنتز می کنند

درختان نوعی گیاه هستند پس درختان موجودات زنده ای هستند که فتوسنتز می کنند

به سادگی می توان دید اگر عبارات را به ساده ترین شکل تبدیل کنیم نقاط مشترک نمایان می شوند و این نقاط بهترین پیشنهاد برای گزینه میانی محسوب می شوند.

۲- با توجه به عباراتی که نتایج اولیه جستجو در دو طرف گزاره مشاهده می شوند عبارات میانی مناسب را حدس می زنیم. مثلا در هر دو جستجو به سرعت با کلمه کلیدی کارت گرافیک مواجه شدیم.

۳- هر کلمه در هر نتیجه گیری را به عنوان یک گزاره مناسب در نظر می گیریم و با توجه به میزان ارتباطات این کلمات با نتایج به دست آمده در دو طرف جستجو آنها را امتیاز بندی می کنیم. سپس گزینه های با امتیاز بالاتر را یکی یکی به عنوان گزینه میانی بررسی می کنیم.

۴- در برخی مسائل انتقال دوطرف مورد جستجو به فضای مشترک شناخته شده نیز می تواند بسیار موثر باشد مثلا دو معادله را به فضای هندسی رسم شده منتقل می کنیم و بررسی برخی نتایج بسیار ساده تر می شوند ولی این شیوه فقط در مواردی کاربرد دارد که طرفین به سادگی قابلیت انتقال به حوزه مورد بحث را داشته باشند

۵- لازم به ذکر است که ایده های مختلفی برای پیدا کردن کلمات یا عبارات میانی برای پیدا کردن مسیر اثبات احتمالی وجود دارد که به دلیل گستردگی و پیچیدگی در این مبحث نمی گنجد. از تئوری های این حوزه می توان به الگوریتم ژنتیک ، شبکه های عصبی ، کلونی مورچه و دیگر تئوری ها اشاره کرد.

مجددا تاکید می شود که شیوه های پیدا کردن اثبات و مسیر به شما فقط یک پیشنهاد می دهند و صحت پیشنهاد داده شده با شماست و در نهایت این شما هستید که قبل از استفاده از نتیجه کسب شده باید صحت آن را بررسی کنید

سعی چند مسئله ساده ریاضی و یا مسائل ساده قابل بررسی را بررسی کنید سپس مسیر حل مسئله را با شیوه های بررسی صحت تست کنید

همچنین سعی کنید تشخیص دهید در اثبات های روزمره بیشتر از کدام شیوه پیدا کردن مسیر اثبات استفاده می کنید