

بسمه تعالی

محاسبات عددی کاربردی

ویژه دانشجویان برق و رباتیک

استاد راهنما : گرایلو

نویسنده : سید محسن طباطبایی فر- زمستان 88

Nrec.ir

تاریخ محاسبات عددی

آشکار است که زمینه محاسبات عددی با حضور کامپیوتر با توجه به فواید کامپیوتر در مورد قدرت تفکیک، کار مستمر و تکراری و عدم نیاز به هوش و فلاقیت دچار یک توسعه هیجانی در سال های اخیر شده ولی تاریخچه ی مباحث محاسبات عددی مانند بحث درونیابی فطی به بیش از 2000 سال پیش باز میگردد .

کتاب های زیادی در مورد ساده سازی محاسبات برای محاسبات دستی تالیف شده ولی با وجود یک کامپیوتر و یک نرم افزار ریاضی توانمند کاربرد چندانی ندارند .

کاربردها کلی :

- 1- رند سازی اعداد
- 2- آینده پژوهی معادلاتی که در دسترس نیستند
- 3- تقریب یک رویداد با یک معادله (می توان به یک معادله پیچیده مانند یک رویداد نگاه کرد)
- 4- حل معادلات دیفرانسیلی
- 5- پیدا کردن ثابت های گنگ
- 6- بهینه سازی

با توجه به این که موضوع این تمقیق کاربرد محاسبات عددی در مهندسی خصوصا رشته رباتیک با پوشش الکترونیک، مکانیک و نرم افزار است موارد فوق با دید لزوم و کاربرد در این رشته ها مورد بررسی قرار گرفته اند .

1 رند سازی اعداد

الف – افزایش سرعت

لزوم یا مزایا :

- 1- کاهش دمای سیستم ، افزایش بازده مصرفی و عمر سیستم
- 2- رسیدن سرعت کامپیوتر به زمان واقعی یعنی کامپیوتر می تواند یک فرآیند 1 ثانیه ای را در 1 ثانیه پردازش کند (پردازش زنده) : این عمل باعث اضافه شدن قابلیت هایی از جمله فروجی مستقیم صدا و تصویر از نرم افزار می شود .
- 3- رسیدن به قطعات جانبی : بسیاری از قطعات جانبی الکترونیک یا سنسور ها محدودیت زمانی دارند یعنی عملکرد آن ها در صورتی که راس زمان مشخصی بررسی نشود دچار مشکل می شوند . مانند برفی سنسور های شیمیایی مثل سنسور MQ1-9 یا سیستم های فروجی همزمان مثل GPS-MODULES

چگونه رند سازی اعداد باعث افزایش سرعت می شوند ؟

با توجه به این که این افزایش سرعت در سیستم های کنترل الکترونیکی تاثیر بسیار بالاتری دارند نتایج تمقیقات فقط در این بخش گزارش می شوند .

با توجه به محدودیت هایی که در زیر به آن ها اشاره شده یکی از شیوه های رند سازی اعداد اعمال ضریب در ورودی ها و فروجی های سیستم جهت از بین بردن ممیز ها که شیوه بسیار رایج و پرکاربردی است . البته شیوه های گرد کردن و برش نیز از شیوه های کلاسیک مطرح شده در این مبحث اند .

چرا سرعت پایین و پردازش یک بیتی؟

با توجه به این که تقریباً همه ی سیستم های کنترل

الکترونیکی به دلیل هزینه پایین ، انعطاف پذیری بالا ، سهولت در طراحی و استفاده ، قدرت محاسبات قابل قبول ، قدرت اتصال کم هزینه به دیگر سیستم ها بر مبنای سیستم های میکروکنترلی کار می کنند و خصوصاً از میکرو کنترلر ها 8 بیتی (به دلیل هزینه کمتر ، نرم افزار های شبیه سازی و مترجم های در دسترس بیشتر و معماری داخلی ساده تر) خصوصاً میکرو کنترلر های 8 بیتی فرکانس پایین به دلیل عدم مساسیت به امواج الکترومغناطیسی ، هزینه کمتر ، عدم مساسیت به جنس و کیفیت مدار چاپی به دلیل تاثیر فازی آن و قطعات مجاور می توان گفت که در بیش از 70 درصد مدار های کنترلی موجود در بازار یک میکرو کنترلر فرکانس پایین 8 بیتی وجود دارد .

میزان تاثیر رند سازی در سرعت

عمل تغییر نوع متغیر عادی 8 بیتی به یک متغیر پیشرفته که عبارات اعشاری را درک کند باعث افزایش 4 برابری حجم متغیر در نرم افزار های مترجم این میکرو کنترلر ها مثل نرم افزار ، CODEVISION , PIC BASIC , CCSC , AVR-GCC و ... می شود البته توسعه این نرم افزار ها می تواند از نظر فنی این مقدار را تا نصف کاهش دهد ولی به هر حال هنوز این مقدار از 4 برابر کمتر نشده و همچنین افزایش حجم هر متغیر به ازای هر بایت منجر به کاهش سرعت محاسبات به اندازه یک سوم می شود یعنی سرعت تقریبی مع اسبات یک متغیر 4 بیتی بیش از 20 برابر کمتر از یک متغیر یک بیتی است . شیوه های

مماسبات عددی با بیان ارزش متخیر ها و ارقام اعشاری ما را در میزان رند کردن اعداد راهنمایی می کند .

ب - کاهش مجم

لزوم یا مزایا :

- 1- کاهش هزینه
- 2- افزایش امنیت
- 3- محدودیت های فنی
- 4- افزایش سرعت

چگونه رند سازی اعداد باعث کاهش مجم می شوند ؟

همان طور که از بخش قبل می توان فهمید رند سازی متخیر ها باعث کاهش مجم فضای مورد نیاز برای نگهداری اطلاعات می شود که این امر نه تنها در کاهش هزینه موثر است بلکه در بسیاری از موارد محدودیت فنی مانع افزایش مجم متخیر از مجم فاصی به بالا می شود برای مثال در صورتی که مجم یک متخیر از 4 بایت بیشتر باشد نرخ افزار های مترجم قادر به درک آن نیستند و عملا مماسبات با این متخیر ها برنامه نویس را دچار الگوریتم های بسیار پی چیده و سرعت بسیار پایین تری می کند . همچنین در بسیاری از موارد این محدودیت ها مربوط به میزان فضای قابل استفاده نیست بلکه مربوط به سرعت دسترسی به آن است یعنی انتقال یک متخیر به سیستم کنترلی به دلایلی زمان زیادی از سیستم می گیرد که در این شرایط کاهش مجم افزا یش سرعت پمشنگیری را به ارمغان می آورد .

میزان تاثیر کاهش حجم توسط رند سازی

در صورتی که با یک استاندارد عمومی در یک میکرو کنترلر عمومی مانند ATmega32 بخواهیم چند ثانیه اطلاعات نگهداری کنیم در صورتی که این اطلاعات حاوی اعداد اعشاری باشند می توانیم با کیفیت متوسط مدود 2 ثانیه صدا و در صورتی که از یک متغیر 1 بایتی برای این کار استفاده کنیم می توانیم مدود 8 ثانیه صوت را ذخیره کنیم که البته با اعمال الگوریتم های می توانند این مقادیر تا 4 برابر با کاهش کیفیت افزایش پیدا کنند.

2- آینده پژوهی معادلاتی که در دسترس نیستند

الف - افزایش سرعت

لزوم یا مزایا

- 1- پاسفگویی مناسب به اتفاقات ممیطی قبل از رسیدن به شرایط بمرانی
- 2- افزایش پایداری فروجی ها در سیستم های پر تاخیر
- 3- کاهش تعداد سوئیچ های متوالی در یک پروسه (افزایش عمر سیستم)

چگونه آینده پژوهی باعث افزایش سرعت می شود ؟

در بسیاری از موارد می توان با برون یابی جهت مواجه شدن با اتفاقاتی که در لمظاتی بعد خواهد افتاد آماده شد تا سیستم را برای پاسفگویی سریعتر آماده کنیم . مثلا در صورتی که به زودی به شرایط بمرانی کنترلی نزدیک میشویم پردازش های جانبی را غیر فعال کنیم یا در

صورتی که با توجه به اطلاعات کسب شده از برون یابی نیاز به پاسفگویی شدید به یک رویداد مس می شود این موضوع را به سیستم کنترلی اطلاع میدهد که برای چند لحظه پاسف های خود را تشدید کند .

میزان تاثیر آینده پژوهی در افزایش سرعت

در یک سیستم کنترل موتور که با افزایش و کاهش قطعی

تدریجی بار مواجه هستیم زمانی که با اعمال بار سرعت موتور از مقدار استاندارد خارج می شود سیستم کنترل جهت برگشت به شرایط اولیه ولتاژ را افزایش می دهد ولی موضوع مهم اینست که با توجه به این که آهنگ افزایش بار فطی نیست میزان اضافه شدن ولتاژ به صورت تصادفی تا رسیدن به سرعت مورد نظر فواید بود این در حالی است که اگر میزان بار موتور را در ثانیه بعدی با برون یابی مدس بزنییم می توانیم بهتر در مورد میزان افزایش ولتاژ بمت کنیم و به این جهت مانع از افت سرعت لحظه ای ناشی از اعمال بار شویم .

ب – آماده سازی سیستم برای مواجه شدن با شرایط خاص (افزایش امنیت)

چگونه آینده پژوهی باعث آماده سازی سیستم می شود ؟

بسیاری از سیستم ها یا کنترلر ها قبل از راه اندازی نیاز به انجام مقدماتی جهت شروع به کار دارند مثلا بسیاری از سنسور های شیمیایی نیاز به گرم شدن دارند یا برقی از کنترلر ها قبل از استفاده نیاز به شارژ دارند زمانی که آینده پژوهی (برون یابی) این احتمال که به زودی نیاز به استفاده از یک کنترلر یا سنسور جهت کنترل شرایط فواید بود را در مد معقول تخمین زد سیستم شروع به انجام مراحل مقدماتی می کند و به

ممنوع است که این احتمال از بین رفت روند آماده سازی متوقف می شود .

میزان تاثیر آینده پژوهی در آماده سازی سیستم

اگر زمان متوسط گرم شدن یک گلخانه 5 دقیقه بعد از راه اندازی

سیستم به ازای هر درجه به یک دقیقه برسد و دمای مجاز برای آن فضا بین 20 تا 30 درجه باشد و دمای بزرگتر 15 درجه جهت کاهش هزینه و انرژی باید تا حد امکان به 20 درجه نزدیک شد ولی نمی توانیم سیستم را طوری تنظیم کنیم که با رسیدن به 20 درجه روشن شود زیرا توان گرمایی ما در 5 دقیقه اول پایین است لذا باید ابتدا با برون یابی 5 دقیقه ای آینده گلخانه را مدس زد و زمانی که این احتمال رفت که در 5 دقیقه آینده دما از 20 درجه پایین تر فواید آمد سیستم شروع به فعالیت کند . واضح است که این سیستم صرفه اقتصادی زیادی را به همراه داشته و باعث کاهش تعداد روشن و خاموش شدن سیستم و تخریبات دما می شود .

3- تقریب یک رویداد یا نمودار با یک معادله (به صورت آفلاین)

الف - افزایش سرعت

لزوم :

1- انجام محاسبات قبل از پایان مهلت مناسبه در محاسبات مدت دار

چگونه تقریب رویداد باعث افزایش سرعت سیستم می شود ؟

در بسیاری از موارد برای انجام محاسبات ممدودیت زمانی وجود

دارد یعنی حداکثر زمان پاسفگویی به یک فرآیند مثلا 1 میلی ثانیه

است اما دقت در پاسفگویی زیاد مهم نیست تقریب زدن یک تابع با

محاسبات پیچیده با یک تابع ، یک فرمول ساده با فضای قابل قبول باعث افزایش چشم گیر سرعت پردازش می شود . این در حالی است که در بسیاری از موارد اعمال این تقریب ها باعث کاهش دقت نمی شوند (مثال فاصله سنج لیزری که در پایان مقاله آمده)

میزان تاثیر تقریب رویداد در افزایش سرعت

در یک سیستم کنترلی جهت شناسایی ممیط یک تابع شناسایی نوشته شده که مثلا در هر میلی ثانیه یک بار اجرا میشود در صورتی که مدت زمان اجرای تابع از یک میلی ثانیه بیشتر باشد سیستم دچار فضای Stack Over Flow می شود ، و در صورتی که این تابع شناسایی شامل اجرای مکرر یک ف (رمول تقریبا پیچیده ی فاصله یابی برای 100 بار باشد در صورتی که این فرمول فقط به اندازه 20 درصد از نظر محاسباتی ساده شود 20 درصد از مدت زمان اجرای تابع کاسته می شود و کم کم میتواند به مد نصاب برسد . (مثال فاصله سنج لیزری در پایان مقاله)

ب - کاهش حجم

مزایا :

1- کاهش فضای مورد نیاز نگهداری اطلاعات

چگونه تقریب رویداد باعث کاهش حجم می شود ؟

با استفاده از این سیستم میتوان فرآیند ها یا داده ها را به جای این که به صورت نقطه ای نگهداری کنیم با یک فرمول تقریب بزنییم و در صورتی نیاز از روی فرمول اطلاعات نقطه ای را مجددا استخراج نماییم .

برای مثال در صورتی که نیاز به نگهداری اطلاعات زیر هستیم آن را با فرمول زیر ذخیره کنیم .

5	4	3	2	1	0	ولتاژفروچی مدار کنترل دما
35	26	19	14	11	10	گرمای ایجاد شده

به سادگی با مباحث مناسبات عددی می توان فرمول فوق را با

تابع

$$10+2^{\text{ولتاژ فروچی}}=\text{گرمای ایجاد شده}$$

تقریب زد و با توجه به این که تقریباً در همه این نوع موارد توابع

پیوسته و از درجه های کمتر از 3 هستند این عمل کاربرد بالایی دارد .

میزان تاثیر تقریب رویداد در کاهش حجم

بسیاری از سنسور های غیر فطی دقیق مثلاً سنسور دمای PT100

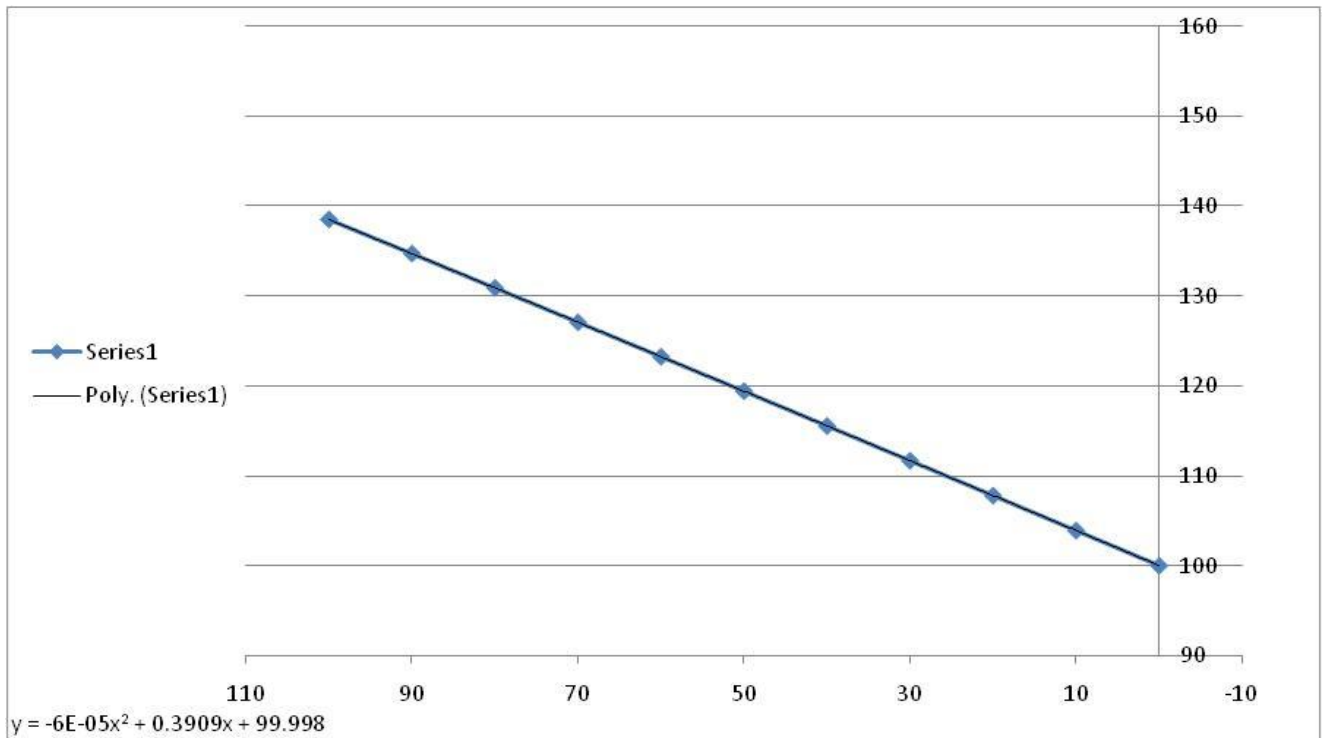
جهت استفاده صنعتی به همراه فود یک دیتاشیت دارند که در آن ذکر شده که به ازای چه دمایی چه فروچی دارند و استفاده کننده فواسته شده بسته به دقت و نیاز فود این جدول را در سیستم کنترلی وارد کند تا سیستم کنترلی با دریافت هر کدام از این مقادیر و مراجعه به جدول به دمای دقیق دست پیدا کنند ، همان طور که در زیر مشاهده می کنید این جداول فضای زیادی را در حافظه کنترلر اشغال فواند کرد .

جدول PT100

Basic values in Ω for measuring resistors Pt 100 according to DIN/ IEC 751

°C	Ω	°C	Ω	°C	Ω	°C	Ω	°C	Ω	°C	Ω
-200	18,49	0	100,00	200	175,84	400	247,04	600	313,59	800	375,51
-190	22,80	10	103,90	210	179,51	410	250,48	610	316,80	810	378,48
-180	27,08	20	107,79	220	183,17	420	253,90	620	319,99	820	381,45
-170	31,32	30	111,67	230	186,82	430	257,32	630	323,18	830	384,40
-160	35,53	40	115,54	240	190,45	440	260,72	640	326,35	840	387,34
-150	39,71	50	119,40	250	194,07	450	264,11	650	329,51	850	390,26
-140	43,87	60	123,24	260	197,69	460	267,49	660	332,66		
-130	48,00	70	127,07	270	201,29	470	270,86	670	335,79		
-120	52,11	80	130,89	280	204,88	480	274,22	680	338,92		
-110	56,19	90	134,70	290	208,45	490	277,56	690	342,03		
-100	60,25	100	138,50	300	212,02	500	280,90	700	345,13		
-90	64,30	110	142,29	310	215,57	510	284,22	710	348,22		
-80	68,33	120	146,06	320	219,12	520	287,53	720	351,30		
-70	72,33	130	149,82	330	222,65	530	290,83	730	354,37		
-60	76,33	140	153,58	340	226,17	540	294,11	740	357,42		
-50	80,31	150	157,31	350	229,67	550	297,39	750	360,47		
-40	84,27	160	161,04	360	233,17	560	300,65	760	363,50		
-30	88,22	170	164,76	370	236,65	570	303,91	770	366,52		
-20	92,16	180	168,46	380	240,13	580	307,15	780	369,53		
-10	96,09	190	172,16	390	243,59	590	310,38	790	372,52		

فرمول معادل جدول



بفشی از فرمول فوق برای مثال 0 تا 100 درجه توسط نرم افزار اکسل تقریب زده شده که در زیر می توانید نتیجه را مشاهده کنید .

این سیستم دقت بالایی دارد و با افزایش درجه یا استفاده از spline می توان دقت آن را افزایش داد و از مزیت های دیگر این کار عدم نیاز به محاسبات برای بدست آوردن محدودی مقاومت سنسور در دمای مثلا 73 درجه است .
برای مثال دقت این فرمول برای دمای 70 درجه به شرح زیر است :

$$-0.00006 (70*70) + 0.3909(70) + 99.998 = 127.067$$

$$\text{Real value} = 127.07$$

$$\text{ABS}(127.07-127.067) / 127.07 = 0.00002 \rightarrow * 100 = 0.002$$

که این دقت بسیار خوبی برای این کاربرد می باشد .

ب - کاهش خطا های برنامه نویسی

مزایا :

1- کاهش باگ های برنامه نویسی

2- کاهش زمان برنامه نویسی

چگونه تقریب رویداد باعث کاهش خطای برنامه نویسی می شود ؟

به سادگی می توان بسیاری در معادلات پیچیده لگاریتمی و غیره را در محدوده کاری سیستم با یک معادله درجه n تقریب زد و اما این موضوع بطور باعث کاهش خطاهای برنامه نویسی می شوند . می دانیم که در عبارتی مانند تابع $Fx = Ax + Bx^2 + Cx^2 \dots$ دامنه x همه ی اعداد حقیقی بوده و هیچ محدودیت و شرایط ویژه ای در آن وجود ندارد و با توجه به این که محاسبات آن محاسبات اولیه هستند به سادگی می توانند به زبان ماشین تبدیل شوند ، این در حالی است که توابع پیچیده

تر امکان وقوع شرایط تعریف نشده را برای کد ماشین افزایش می دهند

میزان تاثیر تقریب رویداد در کاهش فضای برنامه نویسی

برای مثال یک سیستم فاصله یاب صوتی را بررسی می کنیم

توجه با اینکه سرعت صوت در دماها مختلف تغییر می کند بنابر این می

بایست به صورتی دمای محیط را اندازه گیری کرده و آن را در محاسبه

فاصله دخیل کرد. جهت این کار از یک سنسور دما استفاده می شود تا

دمای محیط را به دست آوریم. با محاسبه دما و قرار دادن آن در رابطه

$$c_{\text{air}} = 331.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \sqrt{1 + \frac{\vartheta^{\circ}\text{C}}{273.15^{\circ}\text{C}}}$$

می توان فاصله دقیق را به دست آورد.

البته با توجه به مباحث مطرح شده و اعمال بست می توان به

معادله زیر رسید که برای کار در میکروکنترلر مناسب تر است.

$$c_{\text{air}} = 331.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \left(1 + \frac{\vartheta^{\circ}\text{C}}{2 \cdot 273.15^{\circ}\text{C}}\right)$$

که البته شکل ساده آن

$$c_{\text{air}} = (331.3 + 0.606^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \vartheta) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

همانطور که مشاهده می کنید در صورتی که به دلیل وجود

مشکلات نرم افزاری یا مشکلات الکترونیکی یا ناشی از کالیبراسیون

سیستم اگر دما از یک عدد منفی فاص بزرگتر شود باعث متوقف شدن

روند اجرای نرم افزار به دلیل تعریف یک معادله غلط می شویم ولی در

صورتی که این فرمول با شرایط جدید مناسبه شود هرچند که جواب

صمیمی دریافت نمی کنیم ولی باعث توقف سیستم کاری پردازش گر نمی شویم .

4- حل معادلات دیفرانسیلی

الف – افزایش سرعت

لزوم یا مزایا:

1- افزایش سرعت

2- حل برفی ممدودیت های سیستم های شبیه ساز

3- انجام برفی محاسبات انتگرالی که به صورت مستقیم غیر ممکن است

چگونه این معادلات با محاسباتی عددی حل می شوند ؟

با توجه به این که این موضوع به طور مستقیم یکی از مباحث

محاسبات عددی می باشد از تکرار دانسته ها خود داری می کنیم .

میزان تاثیر این گونه روش حل مسئله

روش های عددی محاسبات مشتق و اینتگرال وقتی در یک فضای

گسسته با فواصل زمانی کم در حال حرکتیم بسیار بسیار سریعتر از روش

های مستقیم در محاسبات ، ما را به جواب با دقت قابل قبول می

رسانند ولی کاربرد آن در کجاست؟ نره افزار شبیه ساز الکترونیک را در نظر

بگیرید ؛ برای اندازه گیری ولتاژ یا جریان در گره ها یا باید به صورت

مستقیم با انجام محاسباتی همه ی ولتاژ ها و جریان ها را بر مسب

متخیر زمان محاسبه و جایگزاری کند و یا به هر وامد کوچک پتانسیل

الکتریکی به عنوان یک ذره نگاه کند یعنی ذراتی که در سیم ها در حال

مرکتند واضح است جهت حرکت این ذرات از جایی که بیشتر است به سمت جایی است که کمتر است و شیوه ی مناسبه آن بسیار آسان است . الکترون های فعلی در ی ک گره برابرنند با الکترون های قبلی به اضافه ی الکترون های اضافه شده در بازه زمانی . الکترون های اضافه شده در بازه زمانی برابر است با جریان فعلی ضرب در زمان وقتی که زمان به سمت صفر میل کند و جریان ها را از جریان هایی که در محاسبات قبلی بدست آورده ایم برمی داریم و گاه تغییرات کوچکی در آن ها می دهیم و با اعمال این قبیل روابط برای هر لمظه نیاز به مناسبه همه ی توابع وجود ندارد لذا سرعت محاسبات به شدت افزایش می یابد و به همین جهت نرم افزار ماوی قابلیت هایی از جمله پخش زنده صوتی سیگنال می شود و البته واضح است که هر از گاهی برای از بین بردن خطای انحرافی یک بار محاسبات به صورت مستقیم نیز انجام می شود .

یکی از پیشرفته ترین نرم افزار هایی که به این شیوه مدار های الکترونیکی را شبیه سازی می کند نرم افزار پروتئوس است که قابلیت اجرا کد های ماشین پخش و ضبط صدا کار با درگاه ها به صورت زنده را به سبب همین تکنولوژی داراست در حالی که نرم افزار های محاسباتی مستقیم مانند اسپایس ، ارکد ، متلب و غیره به جهت سیستم محاسباتی مستقیم چنین قابلیت هایی ندارند .

ب- حل معادلات مربوط به مشتق و اینتگرال (غیر قابل حل از روش مستقیم)

لزوم یا مزایا:

1- حل برقی محدودیت های سیستم های شبیه ساز

2- انجام برقی محاسبات انتگرالی که به صورت مستقیم غیر ممکن است

چگونه این معادلات با محاسباتی عددی حل می شوند ؟
 با توجه به این که این موضوع به طور مستقیم یکی از مباحث محاسبات عددی می باشد از تکرار دانسته ها خودداری می کنیم .

میزان تاثیر این گونه روش حل مسئله

همانطور که در بالا به این مورد اشاره شد بسیاری از نرم افزار های شبیه ساز الکترونیک از شیوه های محاسبات عددی جهت انجام برقی محاسبات استفاده می کنند مهم ترین قابلیتی که این نوع سیستم مناسبه به نرم افزار می دهد این است که میتواند در انجام پروسه شبیه سازی دفال ت کند یعنی شما می تواند مثلا در لمظه ی دلفواه یک کلید را باز یا بسته کنید یا برای میکروفن در مال شبیه سازی صمبت کنید یا متی دمای یک قطعه را در مین شبیه سازی کم یا زیاد کنید و تاثیرات آن روی مدار را آنالیز کنید این درحالی است که در صورتی که ما بخواهیم معادلات را به صورت مستقیم حل کنیم همه ی معادلات باید بر مسب زمان باشند پس نمی توانیم متغیری با مفهوم نظر کاربر به مدار اضافه کنیم . لذا این شیوه حل مسئله می تواند برقی محدودیت ها را از سیستم های شبیه سازی از بین ببرد .

5- شناسایی توابع مورد استفاده

الف - پیدا کردن ثابت های گنگ

لزوم :

1- کشف برقی معادلات جهت استفاده در سیستم

چگونه مسائل با محاسباتی عددی حل می شوند ؟

با توجه به این که این موضوع به طور مستقیم یکی از مباحث محاسبات عددی می باشد از تکرار دانسته ها خود داری می کنیم .

میزان تاثیر پیدا کردن ثابت های گنگ در شناسایی توابع

در بسیاری از موارد ما میدانیم رابطه ای بین چند متغیر وجود دارد ولی از نظر فنی قابلیت کشف یا مناسبه این روابط یا اندازه گیری این متغیرها را نداریم ولی قابلیت ثابت نگه داشتن آن ها را داریم برای مثال ممکن است ما نتوانیم با دقت قابل قبول میزان نور محیط را اندازه بگیریم ولی میتوانیم سیستم را با ایزوله کردن و اضافه کردن یک منبع نور در میزان نور تقریباً ثابت نگه داریم آنگاه ما قابلیت کشف تعداد و جایگاه ثابت ها را معادلات با علوم مربوط به آنالیز ابعادی داریم و حال فقط پیدا کردن مقدار این ثابت ها مورد نظر است واضح است که به سادگی می توان با علوم مربوط به محاسبات عددی این ثابت ها برای شرایط فاص محیطی سیستم بدست آورده و در معادله جایگذاری کرد و به این طریق نیاز سیستم را به داشتن مقادیر برقی متغیرها جهت اعلام نتیجه قابل قبول از بین می بریم و در نتیجه محدودیت های فنی به شدت کاهش میابد از این سیستم

در بسیاری از راکتور های بیولوژی جهت کنترل یا اندازه گیری تاثیر نور استفاده می شود .

ب – پیدا کردن درجه یا نوع تابع (روش آزمون و خطا)

لزوم :

1- کشف برنی روابط محیطی

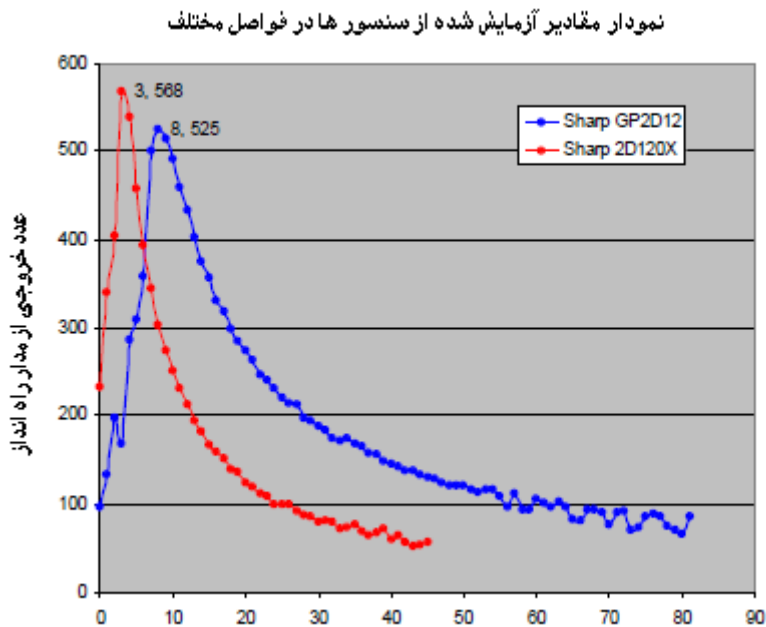
چگونه پیدا کردن درجه یا نوع باعث شناسایی تابع می شود ؟
 در بسیاری از واکنش ها یا فرآیند های ناشناس خصوصا در علوم جدید هنوز بسیاری از روابط بین چند متغیر به درستی درک نشده مثلا جنس تاثیر نور در سیستم های فودترمیم کننده هنوز درک نشده که یک تاثیر گذار فطی است یا کوانتومی یا درجه دار و ... لذا در این سیستم ها معادلات مختلفی را جهت پیدا کردن موقتی این رابطه در کاربرد صنعتی آزمایش می کنند ولی در صورتی که رابطه بدست آمده به رابطه ی واقعی شباهت بسیار زیادی داشته باشد و از نظر آنالیز ابعادی مشکلی نداشته باشد در این صورت این رابطه یک راهنمای بزرگ برای دانشمندان جهت شناسای ی این واقعه با استفاده از ضوابط آنالیز ابعادی و علوم نانو خواهد بود ، این موضوع به دانشمندان نشان می دهد که حداقل عامل های واسطه یا ثابت های گم شده از چه ماهیتی هستند یعنی مثلا در این رویداد تبدیل جرم به انرژی اتفاق افتاده یا فیر و از این قبیل اطلاعات .

در این بخش چند مثال کاربردی دیگر نیز از آنالیز عددی مطرح می‌کنیم .
در این پروژه می‌فواهیم با استفاده از یک فاصله سنچ لیزری فاصله ربات را تا دیوار
با توجه به ولتاژی که از این سنسور دریافت می‌کنیم بدست آوریم . همانطور که در

زیر فواید دید ولتاژ فروجی این سنسور غیر فطی بوده و نمی توان به سادگی با داشتن ولتاژ فروجی سنسور فاصله را بدست آورد . لذا به شیوه زیر عمل می کنیم .

فروجی سنسور :

ابتدا به بررسی 2 نمونه فروجی هر دو سنسور در فواصل با اختلاف 1 میلی متر می پردازیم .



واضح است که این نمودار احتمالاً یک معادله پیچیده ی لگاریتمی است که با توجه به پیچیدگی این نمودار ها برای محاسبات در میکرو کنترلر و رعایت قوانین محاسبات عددی بهترین نمودار برای تقریب زدن این نمودار منحنی زیر است .

$$S(d) = \frac{k}{ad + b} + c$$

واضح است که برای بدست آوردن فاصله باید این تابع معکوس شود . یعنی :

$$F(S) = \frac{k - b(S - c)}{a(S - c)}$$

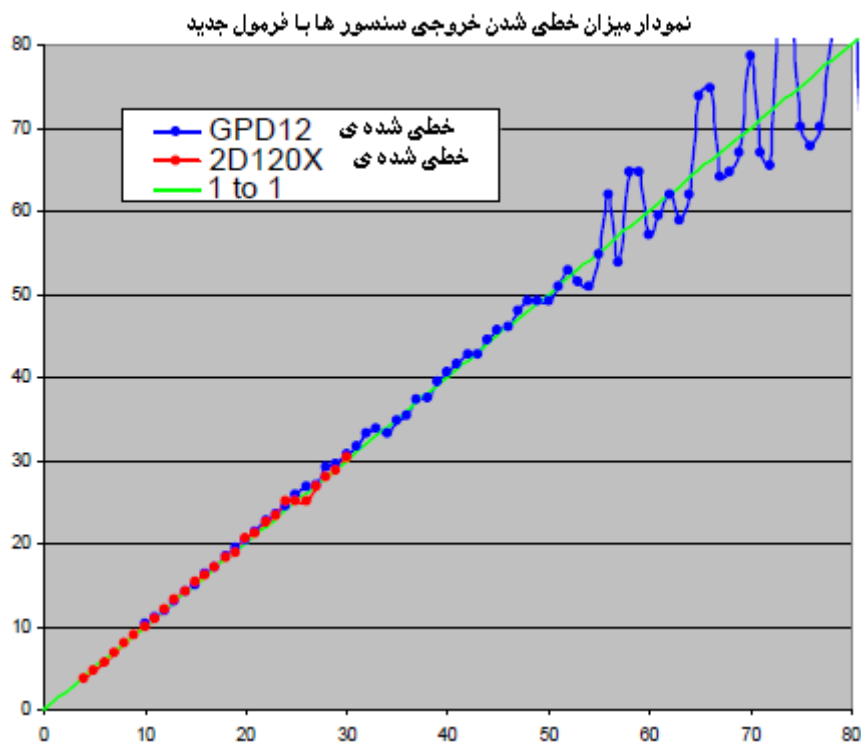
که در آن همه ی متغیرها مقادیر ثابت جهت جابه جایی نمودار برای انطباق بیشتر هستند و S مقدار دریافتی از سنسور .

این ثابت ها با نرم افزار Excel مناسبه شدند و فروجی آن ها در زیر آمده و در سیستم اعمال شده .

ثابت های فرمول :

K	C	B	A	سنسور
18500	0	8	3	GP2D12
9500	-20	5	3	GP2D120X

که میتوانید در زیر میزان صحت فروجی این سیستم را مشاهده کنید .



اندازه گیری زمان رسیدن به تعادل

در بسیاری از سیستم های کنترلی برقی از مقادیر با توجه به زمان رسیدن به حالت تعادل به دست می آیند و معمولا بیش از 60 درصد عملیات در 20 درصد اول زمانی انجام می شوند .

برای مثال می فوایم ولتاژ دو سر یک فازن بعد از اعمال ولتاژ به مدار را بدست آوریم یا میزان مصرف کنندگی اکسیژن در یک فرآیند شیمیایی میکروبی را اندازه بگیریم واضح است که کسر قابل توجهی از جواب در لمظات اولیه مشخص می شود ولی برای رسیدن به جواب دقیق باید مدت قابل ملاحظه ای صبر کنیم در این شرایط با داشتن مقادیری از نمودار می توان زمان رسیدن به حالت تعادل را تخمین زد .

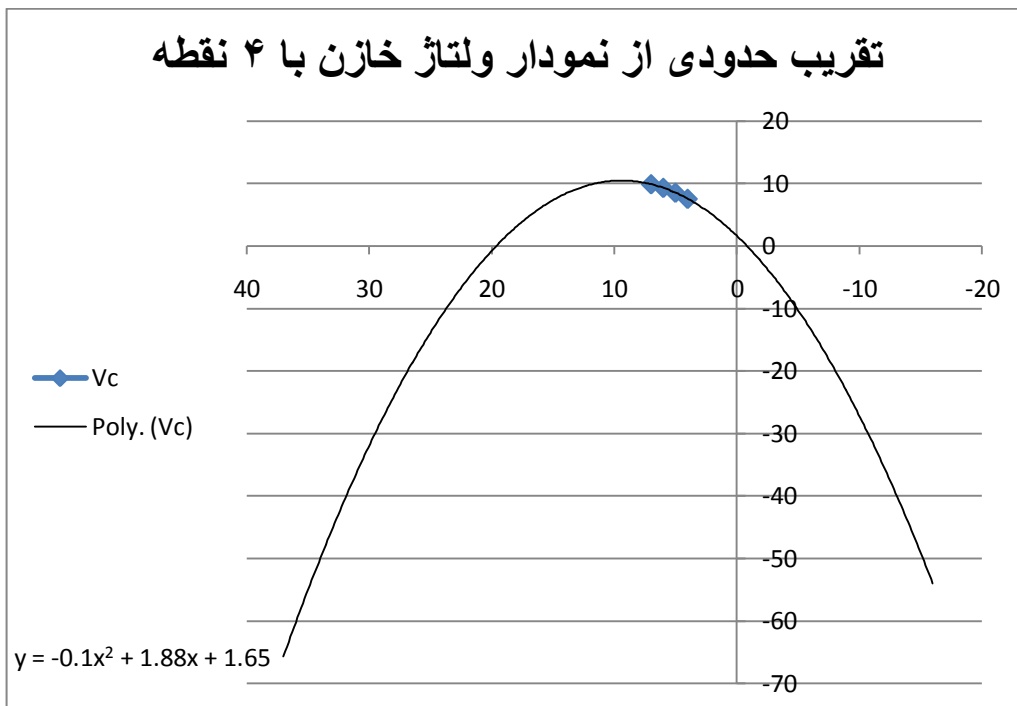
در این شیوه کافی است درجه نمودار مورد نظر را بدانیم (البته برای کاهش فضای اندازه گیری) سپس بعد از مدت کوتاهی ضرایب x ها را در آورده و از معادله مشتق میگیریم . برای مثال داده های زیر را از توسط یک ولتمتر در فواصل زمانی ثابت در یک مدار RC ثبت کردیم .

T1 =	2.63
T2 =	4.7
T3 =	6.31
T4 =	7.57
T5 =	8.55
T6 =	9.33
T7 =	9.91

و باید توجه داشت که هدف از این کار بدست آوردن زمان رسیدن به نقطه تعادل است .

با توجه به این که ما برای اندازه گیری ولتاژ فازن لمظه ی شروع افزایش ولتاژ را نداریم در صورت استفاده از پند جمله آخر دقت بهتری خواهیم داشت همچنین باید مقدار متخیر C را که به عنوان ولتاژ فازن در لمظه ی T0 بوده را نیز در نظر داشت .

مال با توجه به 4 نقطه آخر نمودار یک معادله درجه 2 برای ولتاژ فازن تقریب می زنیم که همان طور که مشاهده می کنید از 0 نمی گذرد .



و اما جواب : نمودار کی به حالت تقریباً پایدار می رسد ؟؟؟؟؟

همان طور که در شکل مشاهده می کنید این نمودار برای لمظه ای به حالت پایدار می رسد ولی بعد از آن به سرعت از پایداری خارج می شود این در حالی است که نمودار ولتاژ فازن به هیچ وجه این گونه نیست و این فقط فقط به جهت تقریب زده شده ایجاد شده است .

به هر حال این نقطه می تواند معرف نقطه ای باشد که نمودار پایداری نسبی دارد .

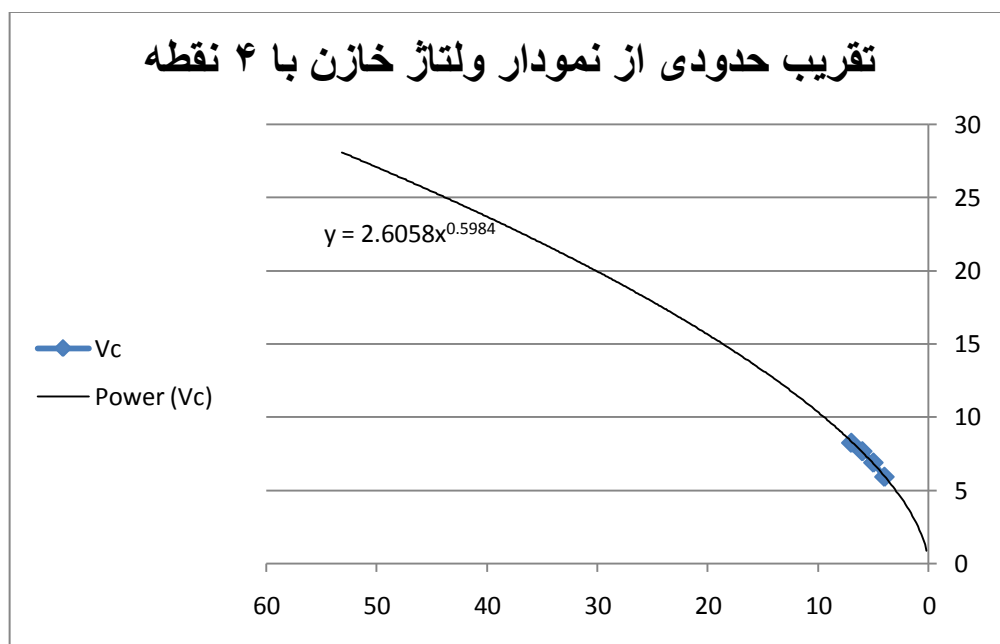
یعنی ما با داشتن 4 نقطه از یک نمودار می توانیم به این نتیجه برسیم که احتمالا این نمودار پس از 3 یا 4 واحد زمانی به پایداری نسبی خواهد رسید . البته اگر نمودار درجه 2 باشد می توان در این مورد قطعی صحبت کرد .

ولی مقدار تقریبی نمودار پس از پایداری آن چقدر است ؟

ما می توانیم با جا گذاری مقدار زمان در معادله مقدار تقریبی ولتاژ در آن لحظه را نیز به دست آوریم که ولتاژی مدود 11 ولت است (جواب واقعی 12 ولت است) و این اطلاعات می تواند سرعت و دقت اندازه گیری را به شدت افزایش داد .

کاهش خطا

البته با توجه به این که ما می دانیم نمودار ولتاژ فازن یک نمودار درجه 2 نیست می توانیم از مقدار زمانی که در شیوه بالا مساب کرده ایم در یک معادله تقریبی دیگر مثلا به صورت $Y = Ax^B + C$ نیز استفاده کنیم که دقت بالاتری به ما می دهد زیرا این تقریب مقدار بزرگتری از نمودار واقعی دارد که می تواند نمایش بهتری از مقدار یک نمودار صعودی در بی نهایت باشد



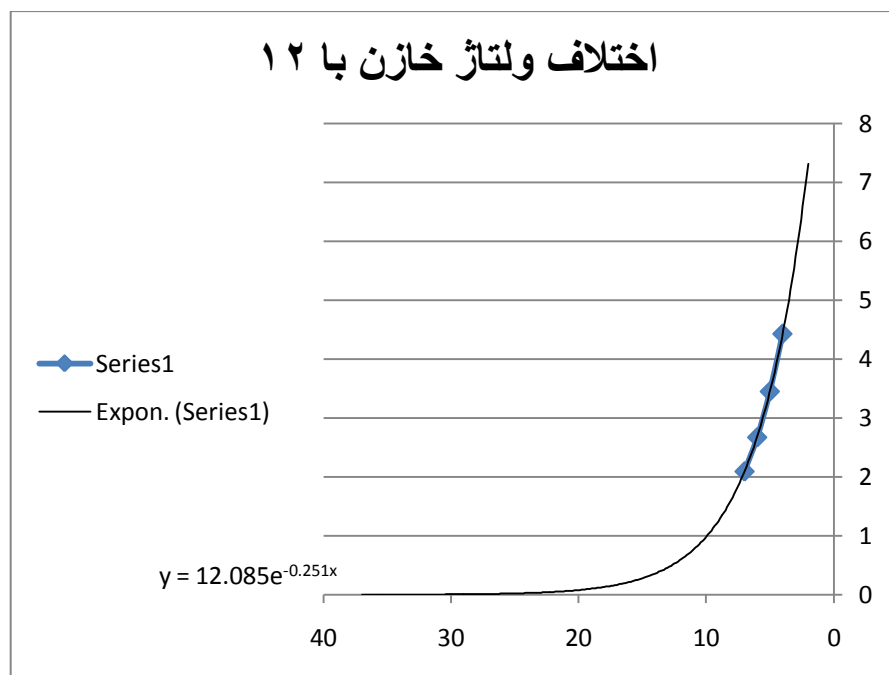
شکل بالا نمودار $V_c = Ax^B + C$ است که در آن $A=2.6058$ و $B=0.5984$ و مقدار C نیز برابر با 1.65 است که تقریب قبلی برداشته شده .

همانطور که از نمودار پیداست در صورتی که مقدار 10 که زمان رسیدن به تعادل نسبی هست را در این معادله به جای x قرار دهیم مقدار مدودی 12 را بدست می آوریم که یک تقریب قابل قبول برای اندازه گیری ولتاژ آینده خازن خواهد بود .

البته واضح است که تقریب بهتر مقدار مقابل است که البته مناسبه آن دشوارتر

$$V_c = A(1 - e^{-B(x-c)})$$

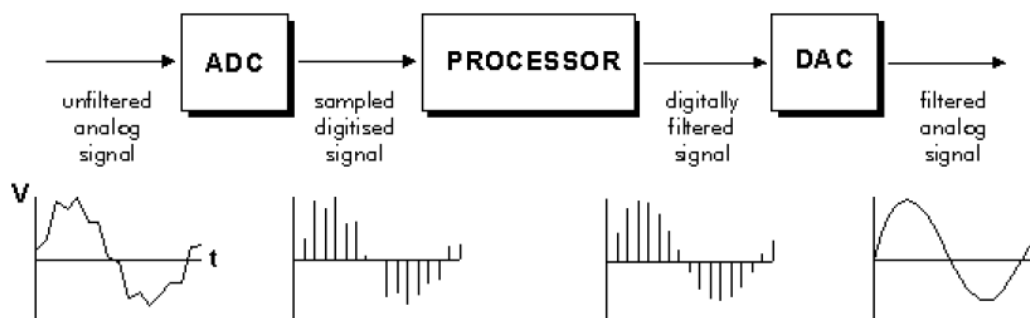
همچنین برای اندازه گیری زمان رسیدن به پایداری بعد از اینکه مدس زدیم که مثلاً به 12 ولت فوایم رسید می توان نمودار افتلاف خازن تا 12 ولت را رسم کنیم .



حال با تقریب زدن این نمودار و به دست آوردن $y = 12.085e^{-0.251x}$ از این معادله

می توان اطلاعات مفیدی از زمان به تعادل رسیدن و منمنی حرکت به سمت تعادل به دست آورد .

فیلتر های دیجیتال



در این کلاس با توجه به نوع نموداری که انتظار آن را داریم یک سری معادله تعریف

می کنیم که دقت خروجی ما را افزایش دهند .

در زیر نمونه فیلتر عمومی معرفی شدند

$$y_0 = \frac{x_0 + x_{-1} + x_{-2}}{3}$$

$$y_1 = \frac{x_1 + x_0 + x_{-1}}{3}$$

$$y_2 = \frac{x_2 + x_1 + x_0}{3}$$

$$y_3 = \frac{x_3 + x_2 + x_1}{3}$$

فیلتر معدل گیر سه جزئی

$$y_0 = \frac{x_0 - x_{-2}}{2}$$

$$y_1 = \frac{x_1 - x_{-1}}{2}$$

$$y_2 = \frac{x_2 - x_0}{2}$$

$$y_3 = \frac{x_3 - x_1}{2}$$

فیلتر مد در نقطه

یا فیلتر های پیشرفته تر مانند

$$y_n = x_n - 2x_{n-1} + 2x_{n-2} + x_{n-3}$$

البته مبحث فیلتر های دیجیتال خود یکی از مباحث گسترده ی آنالیز عددی است .

دستورات کاربردی محاسبات عددی در متلب

جهت اطلاعات بیشتر می توانید به Help این نرم افزار مراجعه کنید .

Function	Description
abs	Absolute value
dblquad	Numerically evaluate double integral
erf	Error function
feval	Execute function specified by string
fzero	Scalar nonlinear zero finding
gamma	Gamma function
inline	Construct INLINE object
interp1	One-dimensional interpolation
interp2	Two-dimensional interpolation
linspace	Evenly spaced vector
meshgrid	X and Y arrays for 3-D plots
norm	Matrix or vector norm
ode23	Solve non-stiff differential equations
ode45	Solve non-stiff differential equations
ode113	Solve non-stiff differential equations
ode15s	Solve stiff differential equations
ode23s	Solve stiff differential equations
poly	Convert roots to polynomial
polyval	Evaluate polynomial
ppval	Evaluate piecewise polynomial
quad	Numerically evaluate integral, low order method
quad8	Numerically evaluate integral, higher order method
rcond	Reciprocal condition estimator
roots	Find polynomial roots
spline	Cubic spline data interpolation
surf	3-D colored surface
unmkpp	Supply details about piecewise polynomial

دستورات کاربردی محاسبات عددی در Excel

Function	Description
AVEDEV	Returns the average of the absolute deviations of data points from their mean
AVERAGE	Returns the average of its arguments
AVERAGEA	Returns the average of its arguments, including numbers, text, and logical values
AVERAGEIF	Returns the average (arithmetic mean) of all the cells in a range that meet a given criteria
AVERAGEIFS	Returns the average (arithmetic mean) of all cells that meet multiple criteria.
CORREL	Returns the correlation coefficient between two data sets

COUNT	Counts how many numbers are in the list of arguments
COUNTA	Counts how many values are in the list of arguments
COUNTBLANK	Counts the number of blank cells within a range
COUNTIF	Counts the number of nonblank cells within a range that meet the given criteria
FORECAST	Returns a value along a linear trend
FREQUENCY	Returns a frequency distribution as a vertical array
CORREL	Returns the correlation coefficient between two data sets
COUNT	Counts how many numbers are in the list of arguments
COUNTA	Counts how many values are in the list of arguments
COUNTBLANK	Counts the number of blank cells within a range
COUNTIF	Counts the number of nonblank cells within a range that meet the given criteria
FORECAST	Returns a value along a linear trend
GEOMEAN	Returns the geometric mean
GROWTH	Returns values along an exponential trend
HARMEAN	Returns the harmonic mean
KURT	Returns the kurtosis of a data set
LINEST	Returns the parameters of a linear trend
LOGEST	Returns the parameters of an exponential trend
LOGINV	Returns the inverse of the lognormal distribution
LINEST	Returns the parameters of a linear trend
LOGNORMDIST	Returns the cumulative lognormal distribution
MAX	Returns the maximum value in a list of arguments
LOGNORMDIST	Returns the cumulative lognormal distribution
MAXA	Returns the maximum value in a list of arguments, including numbers, text, and logical values
MEDIAN	Returns the median of the given numbers
MIN	Returns the minimum value in a list of arguments
MINA	Returns the smallest value in a list of arguments, including numbers, text, and logical values
MODE	Returns the most common value in a data set
PERCENTRANK	Returns the percentage rank of a value in a data set
SLOPE	Returns the slope of the linear regression line
STANDARDIZE	Returns a normalized value
STEYX	Returns the standard error of the predicted y-value for each x in the regression
TREND	Returns values along a linear trend

دانشگاه شهید بهشتی : کمیته مهندسی رباتیک nrec.ir